

Korrekturen zu „GAMMA. Eulers Konstante, Primzahlstrände und die Riemannsche Vermutung“ (Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007). ISBN 978-3-540-48495-0

S. 23. Ersetze in

$$\frac{1}{x_1}(x_2 - x_1) = \frac{1}{x_2}(x_3 - x_2): \frac{x_2}{x_1} - 1 = \frac{x_3}{x_2} - 1 \quad \text{und} \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2}.$$

den Doppelpunkt durch „impliziert“.

S. 33 (8. Z.v.u.). Die korrigierte Beziehung für H_n lautet:

$$H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{4}{8} + \frac{8}{16} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots.$$

S. 51 (ca. Seitenmitte). Die Grenzwertbeziehung lautet:

$$\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1 \quad \text{für} \quad x \rightarrow 0.$$

S. 53. Die korrigierten Formeln für $\zeta(4)$ und $\zeta(26)$ lauten:

$$\zeta(4) = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots = \frac{\pi^4}{90},$$

$$\begin{aligned} \zeta(26) &= \frac{1}{1^{26}} + \frac{1}{2^{26}} + \frac{1}{3^{26}} + \dots \\ &= \frac{2^{24} \times 76977927 \times \pi^{26}}{27!} \\ &= \frac{1315862}{11094481976030578125} \pi^{26}. \end{aligned}$$

S. 54. Die korrigierten Formeln für $\zeta(2n)$ und $\zeta(2n+1)$ lauten:

$$\begin{aligned} \zeta(2n) &= \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^{2n}} = (-1)^{n-1} \frac{(2\pi)^{2n}}{2(2n)!} B_{2n}, \\ \zeta(2n+1) &= \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^{2n+1}} = \frac{p}{q} \pi^{2n+1}. \end{aligned}$$

S. 55 (5. Z.v.u.). Die korrigierte Ungleichung lautet:

$$\left| \sum_{u=1}^{n+1} \frac{1}{u^x} - \int_1^{n+1} \frac{du}{u^x} \right| < 1.$$

S. 56 (unterhalb von Abbildung 4.2). Die korrigierte Ungleichung lautet:

$$\left| \sum_{u=1}^{n+1} \frac{1}{u^x} - \frac{1}{x-1} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^{x-1}} \right) \right| < 1.$$

S. 56 (3. Z.v.u.). Die korrigierte Ungleichung lautet:

$$\sum_{p \text{ prim}} \frac{1}{p^n} \leq \sum_{p \text{ prim}} \frac{1}{p^2} < \sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{r^2} = \frac{\pi^2}{6} - 1 < 1 \quad \text{für } n > 1.$$

S. 57 (4. Z.v.o. sowie 1. und 2. Z.v.u.). Die korrigierten Formeln lauten:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{1}{x^x} dx &= \int_0^1 e^{-x \ln x} dx = \int_0^1 \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-x \ln x)^r}{r!} dx \\ &= \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!} \int_0^1 (-x \ln x)^r dx = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!} \int_0^1 x^r \ln^r x dx \\ &= 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!} \int_0^1 x^r \ln^r x dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{1}{x^x} dx &= 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!} (-1)^r \frac{r!}{(r+1)^{r+1}} \\ &= 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r+1)^{r+1}} \\ &= \frac{1}{1^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \dots \end{aligned}$$

S. 62 (4. Gleichung von unten). Die korrigierte Gleichung lautet:

$$\sum_{r=1}^n \frac{1}{r} = \sum_{r=1}^n \ln \left(\frac{r+1}{r} \right) + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^n \frac{1}{r^2} - \frac{1}{3} \sum_{r=1}^n \frac{1}{r^3} + \frac{1}{4} \sum_{r=1}^n \frac{1}{r^4} - \dots$$

S. 67 (3. Gleichung von unten). Die korrigierte Gleichung lautet:

$$\begin{aligned} \Gamma_r(x) &= \frac{r! r^x}{x(1+x)(2+x) \cdots (r+x)} \\ &= \frac{r^x}{x(1+\frac{x}{1})(1+\frac{x}{2}) \cdots (1+\frac{x}{r})}. \end{aligned}$$

S. 68 (2. Z.v.o.). Die korrigierte Gleichung lautet:

$$\Gamma(x+1) = \lim_{r \rightarrow \infty} \Gamma_r(x+1) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{x+r+1} x \Gamma_r(x) = x \Gamma(x).$$

S. 69 Die korrigierte Formel für $\Gamma_r(x)$ lautet:

$$\begin{aligned}
\Gamma_r(x) &= \frac{e^{x \ln r}}{x(1 + \frac{x}{1})(1 + \frac{x}{2}) \cdots (1 + \frac{x}{r})} \\
&= \frac{e^{x(\ln r - 1 - 1/2 - 1/3 - \cdots - 1/r)} e^{(x+x/2+x/3+\cdots+x/r)}}{x(1 + \frac{x}{1})(1 + \frac{x}{2}) \cdots (1 + \frac{x}{r})} \\
&= e^{x(\ln r - 1 - 1/2 - 1/3 - \cdots - 1/r)} \\
&\quad \times \frac{1}{x} \frac{e^x}{(1 + \frac{x}{1})} \frac{e^{x/2}}{(1 + \frac{x}{2})} \frac{e^{x/3}}{(1 + \frac{x}{3})} \cdots \frac{e^{x/r}}{(1 + \frac{x}{r})} \\
&= \frac{e^{-x(1+1/2+1/3+\cdots+1/r-\ln r)}}{x} \\
&\quad \times \frac{e^x}{(1 + \frac{x}{1})} \frac{e^{x/2}}{(1 + \frac{x}{2})} \frac{e^{x/3}}{(1 + \frac{x}{3})} \cdots \frac{e^{x/r}}{(1 + \frac{x}{r})}.
\end{aligned}$$

S. 70 (ungefähr Seitenmitte). Die korrigierte Gleichung für $\Psi(1)$ lautet:

$$\Psi(1) = \frac{\Gamma'(1)}{\Gamma(1)} = -1 - \gamma + \sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+1} \right) = -\gamma,$$

das heißt $\Gamma'(1) = -\gamma$.

S. 72 (4. und 5. Z.v.o.). Die korrigierte Formel lautet:

$$\begin{aligned}
\zeta(x) &= \sum_1^{\infty} \frac{1}{r^x} = \frac{1}{\Gamma(x)} \sum_{r=1}^{\infty} \int_0^{\infty} u^{x-1} e^{-ru} du \\
&= \frac{1}{\Gamma(x)} \int_0^{\infty} u^{x-1} \sum_{r=1}^{\infty} e^{-ru} du.
\end{aligned}$$

S. 75 (8. Z.v.u. und 4. Z.v.u.). Die korrigierten Formeln lauten:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2p^{2x}} + \frac{1}{3p^{3x}} + \frac{1}{4p^{4x}} + \cdots &< \frac{1}{2p^{2x}} + \frac{1}{2p^{3x}} + \frac{1}{2p^{4x}} + \cdots \\
&= \frac{1}{2p^{2x}} \left(1 + \frac{1}{p^x} + \left(\frac{1}{p^x} \right)^2 + \left(\frac{1}{p^x} \right)^3 + \cdots \right) \\
&= \frac{1}{2p^{2x}} \left(1 - \frac{1}{p^x} \right)^{-1},
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{p^x} < \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad 1 - \frac{1}{p^x} > 1 - \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \left(1 - \frac{1}{p^x} \right)^{-1} < \left(1 - \frac{1}{2} \right)^{-1} = 2.$$

S. 88 (2. Z.v.o.). Die Korrektur lautet:

$$= \frac{5}{10^{m+1}} \left(\frac{10^m - 1}{10^m} \right) = 4, \underbrace{999\,999\,999\,99}_{(m-1)\text{mal}} 5 \times 10^{-(m+1)}.$$

S. 89 (3. Z.v.u.). Die korrigierte Ungleichung lautet:

$$\frac{1}{24(n+1)^2} < \rho_n - \gamma < \frac{1}{24n^2}.$$

S. 101 (Seitenmitte und Seitenende). Die korrigierten Formeln für $n!$ lauten:

$$n! = n^n e^n \sqrt{n} e^{C_n} \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} - \frac{139}{51840n^3} - \frac{571}{2488320n^4} + \frac{163879}{209018880n^5} + \dots \right),$$

$$n! = n^n e^n \sqrt{2\pi n} \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} - \frac{139}{51840n^3} - \frac{571}{2488320n^4} + \frac{163879}{209018880n^5} + \dots \right).$$

S. 103 (6. und 5. Z.v.u.). Die korrigierten Ableitungen lauten:

$$f''(x) = \frac{2}{x^3}, \quad f'''(x) = -\frac{3 \times 2}{x^4}.$$

S. 104 (1. Z.v.o.). Die Korrektur lautet:

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{n} \right) + \sum_{k=1}^m \frac{B_{2k}}{2k} \left(1 - \frac{1}{n^{2k}} \right) + R_n(f, m).$$

S. 104 (3. Z.v.u.). Die Korrektur lautet:

$$Li(x) = \int_2^x \frac{1}{\ln u} du.$$

S. 122 (2. Gleichung von oben). Die korrigierte Beziehung lautet:

$$\ln 3 = \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{6} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{8} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \right) \dots$$

S. 127 (1. Z.v.o.). Die korrigierte Beziehung lautet:

$$Ei(x) = \int_1^\infty \frac{e^{-u}}{u} du - \int_1^x \left(\frac{e^{-u} - 1}{u} + \frac{1}{u} \right) du$$

S. 156 (Seitenmitte). Die korrigierte Angabe lautet: $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})\% = 1\frac{5}{6}\%$.

S. 278. In Abbildung D.8 fehlt die Bezeichnung C für den äußeren Kreis.